

OCDMA 系统 ST-OOC 码字构造及性能研究

李传起¹, 孙小菡², 张明德², 郭胜利¹, 赵德林¹

(1. 南京信息工程大学物理系, 江苏南京 210044; 2. 东南大学电子工程系, 江苏南京 210096)

摘 要: 本文通过在有限 Galois 域上建立仿射平面, 以及在仿射平面上建立 Steiner 系统, 研究了仿射平面上 Steiner 系统的存在性; 分析了部分点阵与 Steiner 系统的关联; 建立了 Steiner 系统参数与 OOC 码字参数的对应关系。据此提出了基于仿射平面上 Steiner 系统的 OOC 码字设计方案; 给出了 ST-OOC 码字 $(qk, k, 1)$ 的具体设计步骤和设计结果; 分析了 ST-OOC 的码字性能和特点和灵活的码长码重对应关系; 指明了 ST-OOC 码字的主要应用领域。

关键词: 光码分多址; 光正交码; 有限域; Steiner 系统

中图分类号: TN729 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2006) 01-0103-04

ST-OOC Designing for OCDMA System Based on Steiner System

LI Chuan-qi¹, SUN Xiao-han², ZHANG Ming-de², Guo Sheng-li¹, Zhao De-lin¹

(1. Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China;

2. Department of Electronics Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China)

Abstract: According to the theory of t -designing, the corresponding relation between points array in finite Galois field and Steiner system has firstly been found, and then the existence of Steiner system in finite field is researched. By connecting part points array with Steiner system, the parameter correspondence between optical orthogonal code and Steiner system has been established. After that, the designing process of ST-OOC has been researched in detail. The designing results of ST-OOC $(qk, k, 1)$ has been given. The result indicates that ST-OOC has excellent performance and characters, such as the lowest cross-correlation, large cardinality and flexibility to choose code-length and code-weight, therefore ST-OOC is very appropriate to OCDMA system. At last, the application of ST-OOC have been discussed.

Key words: optical code-division multiple access; optical orthogonal code; finite field; Steiner system

1 引言

光正交地址码 (OOC) 是 OCDMA 系统的主要地址序列码。构造 OOC 的算法有直接构造法^[1]、有限几何法^[2,3]以及区组设计法^[4,5]等, 每种方法都很复杂。直接构造是用计算机穷举, 逐个排除不符合条件的码字, 筛选出合适的码字组成码集, 运算量很大。射影几何法是根据射影几何中直线与码字的对应关系获得光码集。组合区组设计法是根据组合理论方法引入光正交码设计。

本文研究在仿射平面上设计 OOC 的方案。在有限 Galois 域上建立仿射平面, 在仿射平面上建立 Steiner 系统, 根据 Steiner 系统与 OOC 码字的对应关系生成 OOC 码字。

2 STEINER 系统参数与 OOC 码字参数的对应

设集合 S 有 n 个元素, S 的子集 B 有 k 个元素, 子集 T

有 t 个元素。若子集族 $B = \{B_1, B_2, \dots, B_M\}$ 中有 r 个 B_i 使 $T \subset B_i$ 成立, 则称为一个 t -设计, 记为 $t - (n, k, r)$ ^[6]。显然, 平衡不完全区组设计 BB 是一个 $2 - (n, k, r)$ 。 $r=1$ 的设计称为 Steiner 系统, 记为 $S(n, k, t)$ 。 $S(n, k, t)$ 的最大阶数记为 $M(n, k, t)$, 有

$$M(n, k, t) = \prod_{i=0}^{t-1} \frac{n-i}{k-i} = \frac{n!}{t!} \bigg/ \frac{k!}{t!} \quad (1)$$

显然, 在 $S(n, w, 2)$ 设计中, 任意 2 个元素构成的集合只能包含于 1 个 B 中, 亦即任意两个 B 中没有两个或两个以上的相同元素。这样, 仿射平面 $AG(2, p)$ 是个 Steiner 系: $2 - (p^2, p, 1)$, 即 $S(p^2, p, 2)$ 。射影平面 $PG(2, p)$ 是个 Steiner 系: $2 - (p^2 + p + 1, p + 1, 1)$, 即 $S(p^2 + p + 1, p + 1, 2)$ 。其几何意义为: 所有由 $p+1$ 个点构成的线束中, 包含

某两个点的线只有一条。

$S(n, k, t)$ 存在的条件是^[6]: $\left(\frac{n-i}{t-i} \right) / \left(\frac{k-i}{t-i} \right) (0 \leq i < t)$

为整数。即

$$\left[\frac{\left(\frac{n-i}{t-i} \right) / \left(\frac{k-i}{t-i} \right)}{\left(\frac{n-i}{t-i} \right) / \left(\frac{k-i}{t-i} \right)} \right] = \left(\frac{n-i}{t-i} \right) / \left(\frac{k-i}{t-i} \right), 0 \leq i < t \quad (2)$$

式中, $[\cdot]$ 为取整函数。如, $S(n, 3, 2)$ 存在的条件是 $n = 0$ 或 $1 \pmod{3}$, 且 $n = 1 \pmod{2}$, 即 $n = 1$ 或 $3 \pmod{6}$ 。 $n = 3, 7, 9, 13, \dots$ $n = 7$ 时为二阶射影平面 $PG(2, 2)$ 上的线束 $S(7, 3, 2)$; $n = 9$ 时为三阶仿射平面 $PG(2, 3)$ 上的线束 $S(9, 3, 2)$, $n = 13$ 时为三阶射影平面 $PG(2, 3)$ 上的线束。 m 维射影空间 $PG(m, q)$ 上的线束是一个 Steiner 系统 $S((q^{m+1}-1)/(q-1), q+1, 2)$ 。

OOO($L, w, 1$) 与 Steiner 系 $S(n, k, t)$ 的对应关系为

$$L \rightarrow n, w \rightarrow k, \lambda = 1 \rightarrow t = 2, M \rightarrow \Phi^* \quad (3)$$

式中 $\Phi^* = L\Phi$ (含循环移位)。即 Steiner 系 $S(n, k, 2)$ 对应 OOC 码字 ($L, w, 1$)。以 $S(n, k, 2)$ 系统设计光正交码, 经循环移位后的自相关值至多为 1。

由式(2), $S(n, k, 2)$ 存在的条件是:

$$\left[\frac{\left(\frac{n-i}{2-i} \right) / \left(\frac{k-i}{2-i} \right)}{\left(\frac{n-i}{2-i} \right) / \left(\frac{k-i}{2-i} \right)} \right] = \left(\frac{n-i}{2-i} \right) / \left(\frac{k-i}{2-i} \right), i \in \{0, 1\} \quad (4)$$

即

$$\left[\frac{n(n-1)}{k(k-1)} \right] = \frac{n(n-1)}{k(k-1)} \text{ 和 } \left[\frac{n-1}{k-1} \right] = \frac{n-1}{k-1} \quad (5)$$

这样, 能用 Steiner 系 $S(n, k, 2)$ 进行设计的 STOOO ($L, w, 1$) 的参数满足

$$\left[\frac{L(L-1)}{w(w-1)} \right] = \frac{L(L-1)}{w(w-1)} \text{ 和 } \left[\frac{L-1}{w-1} \right] = \frac{L-1}{w-1} \quad (6)$$

3 仿射平面的部分点阵对应的 STEINER 系

当 k 较大时, 式(6)的分析十分复杂。一般《组合论》书籍中均以 $S(n, 3, 2)$ 为例加以说明。而 $S(n, 3, 2)$ 对应 OOC 码重为 3, 文献[2]已用组合列举的方法得出重量为 3 的 OOC 码字。

根据仿射平面的性质, 通过对有限域上点阵按一定规则排序, 建立 Steiner 系统与点阵的联系, 进而可生成各种码重的 OCDMA 系统地址码——STOOO 码字。

Galois 域 $GF(q)$ (q 为素数的方幂) 上的仿射平面有 q^2 个点, 构成 $q \times q$ 点格方阵。在这 q^2 个点中, 取出一部分构成 $q \times k (3 \leq k \leq q-1)$ 矩形点阵。以 $n = qk$ 建立 $S(qk, k, 2)$ 。由式(5), k 和 q 之间需要满足:

$$\left[\frac{qk(qk-1)}{k(k-1)} \right] = \frac{qk(qk-1)}{k(k-1)} \quad (7)$$

$$\text{和} \quad \left[\frac{qk-1}{k-1} \right] = \frac{qk-1}{k-1} \quad (8)$$

得 $(qk-1) \pmod{(k-1)} = 0, ((q+1)(k-1) + (q-k)) \pmod{(k-1)} = 0$ 。即

$$(q-k) \pmod{(k-1)} = 0 \quad (9)$$

这样, $S(qk, k, 2)$ 存在条件为

$$k = \frac{q+m}{m+1} \quad (10)$$

表 1 给出取自 $GF(q)$ 上仿射平面 $AG(2, q)$ 的部分矩形点阵, 及其对应的 Steiner 系统。

表 1 $GF(q)$ 上仿射平面的矩形点阵对应的 Steiner 系统

q	m	k	$S(qk, k, 2)$	q	m	k	$S(qk, k, 2)$
7	1	4	$S(28, 4, 2)$	19	1	10	$S(190, 10, 2)$
	2	3	$S(21, 3, 2)$		2	7	$S(133, 7, 2)$
9	1	5	$S(45, 5, 2)$		5	4	$S(76, 4, 2)$
	3	3	$S(27, 3, 2)$	23	8	3	$S(57, 3, 2)$
11	1	6	$S(66, 6, 2)$		1	12	$S(276, 12, 2)$
	4	3	$S(33, 3, 2)$	25	10	3	$S(69, 3, 2)$
13	1	7	$S(91, 7, 2)$		1	13	$S(325, 13, 2)$
	2	5	$S(65, 5, 2)$		2	9	$S(225, 9, 2)$
	3	4	$S(42, 4, 2)$		3	7	$S(175, 7, 2)$
	5	3	$S(39, 2, 2)$		5	5	$S(125, 5, 2)$
17	1	9	$S(153, 9, 2)$	29	11	3	$S(75, 3, 2)$
	3	5	$S(85, 5, 2)$		1	15	$S(435, 15, 2)$
	7	3	$S(51, 3, 2)$		3	8	$S(232, 8, 2)$
					6	5	$S(145, 5, 2)$
					13	3	$S(87, 3, 2)$

4 有限域上 STEINER 系生成 STOOO 码字

根据表 1 的 q 与 k 值, 在仿射平面上取出 $q \times k (3 \leq k \leq q-1)$ 矩形点阵, 并按以下规则排序

$$p(X, Y) \rightarrow x + qy, 0 \leq x \leq q-1, 0 \leq y \leq k-1 \quad (11)$$

式中 (x, y) 为某点的平面坐标, $x + qy$ 为该点的序号。

在点阵中取定一点 (x_0, y_0) , 分别以斜率 $1/e, (0 \leq e \leq q-1)$ 构造直线, 其中 $e = 0$ 时为竖直线。直线 $((x_0, y_0), e)$ 的方程为

$$x - x_0 = e(y - y_0) \pmod{q}, y \in \{0, k-1\}, e = 0, 1, 2, \dots, q-1 \quad (12)$$

式(12)确定的直线有 k 个点, 其集合即为 $S(qk, k, 2)$ 系统的子集族 B 的一个元素。图 1 给出 $GF(13)$ 上 13×5 点阵及 $S(65, 5, 2)$ 的直线 $((3, 1), 0), ((3, 1), 1), ((3, 1), 5), ((3, 1), 8)$ 。

根据对应关系式(11)找出直线上点的序号。其序号的集合构成长 qk 、重 k 、相关限制为 1 的 STOOO 码字。如图 1 中 4 条直线对应的 $(qk, k, 1)$ 码字为 $\{2, 16, 30, 44, 58\}, \{3, 16, 29, 42, 55\}, \{8, 16, 37, 45, 53\}, \{11, 16, 34, 39, 57\}$ 。

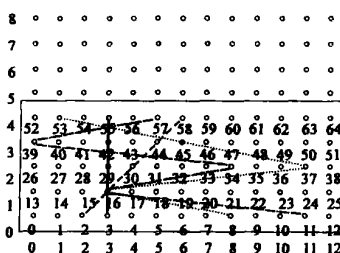


图 1 Steiner 系 $(65, 5, 2)$ 对应的点阵及直线

23 和 33. 若每用户的数据比率为 10Gbits/s, 该系统在异步传输时, 总理论容量可达到 300Gbits/s 的量级.

7 分析与小结

OCDMA 系统地址码设计经过了十几年的改进和优化, 性能正不断提高. 目前地址码主要分为光素数码和光正交码. 本文根据现代组合理论, 详细研究了仿射平面上 Steiner 系统的存在性, 建立了 Steiner 系统参数与 OOC 码字参数的对应关系. 提出基于仿射平面上 Steiner 系统的 OOC 码字设计方案. ST-OOC 同时带有光正交码相关性优良和光素数码易于编解码的特点. 从 ST-OOC 码字出发, 经过波长片和时间片的合理组合, 形成二维 ST-OOC, 将有更大的码字容量和更优的系统性能. 近年来, 非相干光谱幅编解码技术的研究取得较大进展, 使得 OCDMA 网络技术系统向实用化迈进了一大步. 因此, 寻找性能优良的光码集显得更加迫切. ST-OOC 码字的码长码重灵活, 作为 OCDMA 系统地址码, 可完成多种 QoS 服务.

参考文献:

- [1] Keshavarzian A, Salehi J A. Optical orthogonal code acquisition in fiber-optic CDMA systems via the simple serial-search method [J]. IEEE Transactions on Communications, 2002, 50 (3): 473 - 483.
- [2] Chung F R, Salehi J A, Wei V K. Optical orthogonal codes: design, analysis, and applications [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1989, 35 (3): 595 - 604.
- [3] Miyamoto N, Mizuno H, Shinohara S. Optical orthogonal

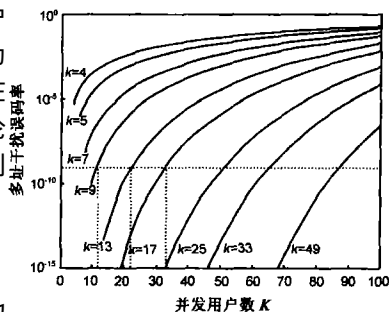
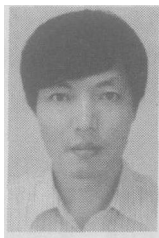


图 2 $GF(97)$ 和 ST-OOC 码字相对于并发用户数的误码率

codes obtained from conics on finite projective planes [J]. Finite Fields & Their Applications, 2004, 10 (3): 405 - 411.

- [4] Abel R, Julian R, Buratti M. Some progress on $(v, 4, 1)$ difference families and optical orthogonal codes [J]. J Combinatorial Theory-Series A, 2004, 106 (1): 59 - 75.
- [5] Chang Y X, Yin J. Further results on optimal optical orthogonal codes with weight 4 [J]. Discrete Mathematics, 2004, 279 (1): 135 - 153.
- [6] Peter Frankl, 秋山仁. 现代组合论 [OL]. <http://www.s-reader.com>, 10069123, 1992, 96 - 100.
- [7] Lee S S, Seo S W. New construction of multiwavelength optical orthogonal codes [J]. IEEE Transactions on Communications, 2002, 50 (12): 2003 - 2008.
- [8] Guu-Chang Y, Wong C K. Performance comparison of multiwavelength CDMA for fiber-optic networks [J]. IEEE Trans on Com, 1997, 45 (11): 1426 - 1436.

作者简介:



李传起 男, 1964 年 11 出生于安徽六安, 南京信息工程大学副教授, 东南大学工学博士, 江苏省“青蓝工程”培养对象, 韩国汉阳大学光通信实验室访问学者, 现从事物理学及光通信技术领域的科研和教学工作, 主要科研方向为光纤通信 OCDMA 网络技术, 主持省高校自然科学基金项目 1 项, 参加国家和省级科研项目 4 项, 发表论文 30 篇, 出版教材 3 部, 获省级教学竞赛优秀奖。

Email: leecq@nuist.edu.cn



孙小华 女, 1955 年 6 月出生于安徽黄山, 东南大学教授、博士生导师, 1982 年毕业于南京工学院电子工程系, 获工学硕士学位, 2002 年 - 2004 年任美国 MII 电子学研究所访问教授, 长期从事光子学与光通信技术领域的科研和教学工作, 2000 年以来, 承担和完成了 7 项国家和省级科研项目, 在国内外重要学术期刊发表学术论文 100 余篇, 合编教材 1 部, 获部省级科技进步奖 2 项。